Ⅰ：整数とは？

　ここまでは（なんとか）生活の中で実感できる数の計算でした。でも、ここからはガンバッテ意識しないと（なかなか）実感できない数の世界に入っていきます。いわゆる、この項目から本格的な数学の話になってくるわけです。だから、さらに一緒にがんばって行きましょうね！！

　今まで扱ってきた数がどんな数であったかと言うと「0 以上（0 を含む、0 より大きい数）の数」でした。今後は、**0 より大きい数（0 を含まない数）のことを「正の数」**と呼びます。

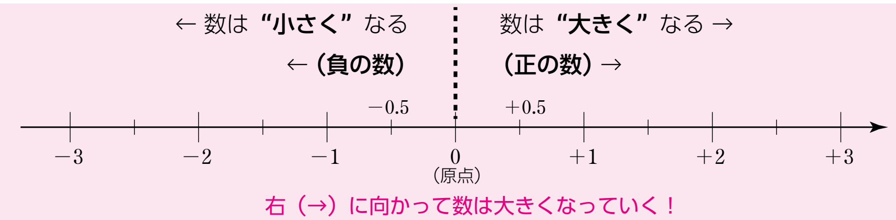
　補：「正の**数**」の読み方ですが「正の**すう**／正の**かず**」どちらでもｏｋ！

　そして、数学の世界では「正の数」があれば当然（？）、「**負の数（0 より小さい数）**」があるんです。ただ、0 より小さい数をイメージするのはむずかしいんです！だって、「0 は、無いことを表す数と思っている人がほとんどですからね！（汗）

　補：「負の**数**」の読み方ですが「負の**すう**／負の**かず**」どちらでもｏｋ！

　そこで、ここからは“**数直線**”上で数を理解することが重要となります。

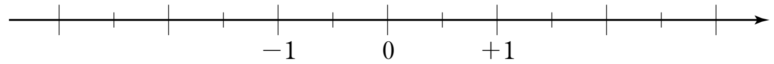
- 【数直線】下の線の図を”**数直線**”と呼びます。



　数は 0（**原点**）を基準（スタート地点）とし、右に進むとプラス（+）、左に進むとマイナス（−）の数になります。よって、**原点 0 には“+0、−0”とプラス（+）、マイナス（−）の符号がつくことはありません。**

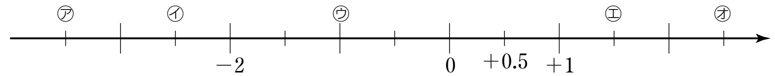
　では、問題を通して皆さんの理解度を確認してみましょう。

演習 30　“数直線”を使って、つぎの数を読みとってください。



(1) 0 より 3 小さい数はなんですか？　＿＿＿＿（答）
(2) 0 より 2.5 小さい数はなんですか？　＿＿＿＿（答）
(3) 0 より 1.7 大きい数はなんですか？　＿＿＿＿（答）
(4) 0 より $\frac{1}{2}$ 小さい数はなんですか？　＿＿＿＿（答）
(5) −2 より 3 大きい数はなんですか？　＿＿＿＿（答）
(6) +3 より 6 小さい数はなんですか？　＿＿＿＿（答）

演習 31　下の数直線上の㋐～㋔に対応する数を選んでください。



［選ぶ数］　$+2.5$，$-\frac{5}{2}$，$+\frac{3}{2}$，-3.5，-1

㋐：　　㋑：　　㋒：　　㋓：　　㋔：　　（答）

• 積と商（符号の変化）

　私が数学と向き合うときに意識するのが、“**規則性**”と“**対称性**”なんですが、“**規則性**”から“かけ算”における符号の変化を納得して頂けるのではないかと、期待を持ちつつお話ししますね！

　まず、かけ算における符号の変化は、以下の①、②でした。

① **同符号（両方符号が同じ）のかけ算は、必ずプラス（+）！**

- (+) × (+) = (+)　　• (−) × (−) = (+)

② **異符号（両方符号が違う）のかけ算は、必ずマイナス（−）！**

- (+) × (−) = (−)　　• (−) × (+) = (−)

では［②から①へ］の流れで、納得して頂ければ幸(さいわ)いです。

ちなみに、①の(プラス)×(プラス)＝(プラス)は良いと思いますので、残りのパターン「(マイナス) × (マイナス) ＝ (プラス)」であるということの結果が、どうしても避けられないことを体感して頂きましょう。

以下のかけ算の（　）の中に適当な数を書き込んでください。

ちなみに、［Ⅰ］を埋めてから［Ⅱ］への順でお願いします！

［Ⅰ］…………→［Ⅱ］(交換法則が成り立つ前提で)

［Ⅰ］		［Ⅱ］	
$(+2)\times(+3)=+6$		$(-2)\times(+3)=-6$	
$(+2)\times(+2)=+4$	$\boxed{-2}$	$(-2)\times(+2)=-4$	$\boxed{+2}$
$(+2)\times(+1)=+2$	$\boxed{-2}$	$(-2)\times(+1)=-2$	$\boxed{+2}$
$(+2)\times\ 0\ =\ 0$	$\boxed{-2}$	$(-2)\times\ 0\ =\ 0$	$\boxed{+2}$
$(+2)\times(\quad)=(\quad)$	$\boxed{-2}$	$(-2)\times(\quad)=(\quad)$	$\boxed{+2}$
$(+2)\times(\quad)=(\quad)$	$\boxed{-2}$	$(-2)\times(\quad)=(\quad)$	$\boxed{+2}$
	$\boxed{-2}$		$\boxed{+2}$

空いている（カッコ）を自分で穴埋めすることで、規則性から符号の変化が納得できると思います。 「講座の最後 p.71 に穴埋めしたものを入れておきました！」

［Ⅰ］より、②の異符号において、(プラス)×(マイナス)＝(マイナス)
［Ⅱ］より、①の同符号において、(マイナス)×(マイナス)＝(プラス)

よって、これにより“わり算”も“かけ算”に直してから計算が出来るので、同様な符号変化が起こると理解して頂けるかと…。

さて、符号の変化さえ解決すれば、計算方法は講座1で復習した計算方法とマッタク同じゆえ心配ありません！

ただ、強いて言えば、今後の計算において最初にしなければならないことは“符号の決定”であることを意識しておいてくださいね。

そこで念の為、符号の決定についても簡単に“まとめ”ておきましょう。

・マイナスの数のかけ算が“**偶数回**(ぐうすうかい)”の場合は、必ず値は（**プラス：＋**）
・マイナスの数のかけ算が“**奇数回**(きすうかい)”の場合は、必ず値は（**マイナス：−**）

では、具体的な計算を通して、一度確認しておきましょう。

例題　つぎの計算の流れを確認してください。

(1) $-3\times4\times(-2)$　　(2) $-4\times(-3)\times(-5)$

(3) $-4\div\dfrac{2}{5}$　　(4) $-\dfrac{5}{3}\div(-10)$

［解説・解答］ 最初に計算結果の符号を決定する！

• (−) の積偶数回：(1)(4) ⇒ (＋)　• (−) の積奇数回：(2)(3) ⇒ (−)

(1) $-3\times4\times(-2)=24$　　(2) $-4\times(-3)\times(-5)=-60$

(3) $-4\div\dfrac{2}{5}=-\cancel{4}^{2}\times\dfrac{5}{\cancel{2}_{1}}$
$=-2\times5$
$=-10$

(4) $-\dfrac{5}{3}\div(-10)=-\dfrac{\cancel{5}^{1}}{3}\times\left(-\dfrac{1}{\cancel{10}_{2}}\right)$
$=-\dfrac{1}{3}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$
$=\dfrac{1}{6}$

最初に符号が決まれば、あとは通常の“積”“商”の計算だから、ケアレスミスだけには気を付けてくださいね！

では、公立高校入試問題も利用し、符号変化を確認しておきましょう。

演習 32　つぎの計算をしてみましょう。

(1) $3\times(-8)$　（奈良）　　(2) $(-6)\div2$　（大阪）

(3) $0.2\times(-0.4)$　（愛媛）　　(4) $9\div\left(-\dfrac{2}{3}\right)$　（青森）

演習 33　つぎの計算をしてみましょう。

(1) $-2\times(-1)\times(+1)\times(-3)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

(2) $-8\times(-1)\times(+1)\div(-1)\times(-1)\div(+2)\times(-1)$

• 累乗計算

累乗とは「**自分自身を複数回かけること**」で、**指数**を使って表します。一例として、「2 を 5 回かける」は、以下のように表します。

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$ ← 「2 の 5 乗」と読み、2 の右肩の 5 を“**指数**”と呼ぶ。

例題　つぎの計算の流れを確認してください。

(1) 3^4　(2) $(-5)^3$　(3) -5^3

[解説・解答]

(1) $3^4 = 3\times3\times3\times3 = 81$　← 3 を 4 回かけている！

(2) $(-5)^3 = (-5)\times(-5)\times(-5) = -125$　← −5 を 3 回かけている！

(3) $-5^3 = \underline{-5}\times5\times5 = -125$　← 5 だけを 3 回かけている！

(2) と (3) の違いをシッカリと確認しましょう。

(2) は、(カッコ) を付けて“−5”全体を 3 回かけることを意味し、(3) は、マイナス − はそのままで“5”だけを 3 回かけることを意味しています。

とは言っても、(3) の下線部分は見ていて何か変な感じがしませんか？

そこで、マイナスを“−1”として分離し、

$$-5^3 = \underline{-1} \times 5 \times 5 \times 5 = -125$$

と考えれば、“-5^3”の意味がシッカリ理解できるかと…！？

この (2) (3) の累乗計算は、本当によく計算ミスをするところなので注意してくださいね！では早速、理解度の確認をしましょう。

演習 34　つぎの累乗を計算してみましょう。

(1) 2^4　(2) -6^2

(3) $(-3)^3$　(4) $\dfrac{4^2}{5}$　(分子だけが累乗だよ！)

順番が逆のような気がしないでもないですが、累乗計算の意味が理解できたところで、今度は**累乗の形で表す方法**を確認しましょう。基本は前ページ赤アミですよ！

例題　つぎの計算結果を累乗 (a^n または $a^n \times b^m$) の形で表してみますね。

(1) $9 \times 9 \times 9$　(2) $6 \times 6 \times (-6) \times 6$

(3) $2 \times (-2) \times 7 \times 2 \times (-7)$

(4) $-12 \times (-12) \times (-12) \times (-12) \times (-12)$

(5) $-\dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5}$

[解説・解答]

(1) $9 \times 9 \times 9 = 9^3$ (答)　← 9 を 3 回かけているから 9 の 3 乗

(2) $6 \times 6 \times \underline{(-6)} \times 6 = -6^4$ (答)

この式を累乗の形に表すとき、以下の 2 つの誤答が考えられます！

① $6 \times 6 \times (-6) \times 6 = \underline{6^3 \times (-6)}$ または $\underline{(-6) \times 6^3}$???

「6 と (−6)」は、数としてはマッタク違うものです。ただ、「$-6 = -1 \times 6$」と考えれば、(+6) の 4 個のかけ算といえるので、「6 と (−6)」を分ける意味はないんですね！よって、まだ途中！

② $6 \times 6 \times (-6) \times 6 = 6 \times 6 \times (-1 \times 6) \times 6$
$= (-1) \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$
$= \underline{(-1) \times 6^4}$　うーん…??

①の説明の続きとして、(−1)を独立させた表記ですが、数学ではかけ算において、無理して(−1)を単独で示すことはなく、マイナス記号(−)だけを示すのが原則です。よって、最終的な表記としては違和感があります。やはり、まだ計算途中ですね！

(3) $2 \times (-2) \times 7 \times 2 \times (-7) = 2^3 \times 7^2$

最初に符号を決めてしまいましょうね！

マイナス(−)が偶数個のかけ算ゆえ、答えの符号はプラス(+)！あとは 2 が 3 個、7 が 2 個のかけ算ゆえ右肩に回数を書く。

(4) $-12\times(-12)\times(-12)\times(-12)\times(-12)=-12^5$

-12 を 5 個かけているので、

$-12\times(-12)\times(-12)\times(-12)\times(-12)=(-12)^5$　ダメ！

と、考えた方がいたかと思います。計算結果は、どちらも同じです。でも、「$(-12)^5$ では、式を累乗の形で表しただけで、計算結果ではないですね！一番わかりやすいのは、符号の決定がなされていないことです。だから計算結果ではないでしょ！だから、ダメなんです！

(5) $-\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=-1\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}$

$=-\left(\dfrac{3}{5}\right)^4\left(\neq-\dfrac{3}{5}^4\right)$　ダメ！

ここでの注意点は、分数全体に (カッコ) を付けて、右上に指数を書くこと。(カッコ) を付けずに、右上に指数の 4 を書くと、分子の 3 だけが 4 乗という意味になるので、気をつけてくださいね！

では、理解度を確認しておきましょう！

演習 35　つぎの計算結果を a^n または $a^n\times b^m$ の形で表してみましょう。

(1) $4\times4\times4\times(-4)$　(2) $3\times(-3)\times3\times(-3)\times3$

(3) $5\times5\times5\times(-7)\times7$　(4) $\dfrac{2}{7}\times\dfrac{2}{7}\times\dfrac{2}{7}\times\dfrac{2}{7}$

• 和と差（符号の変化）

和と差の計算でも符号の変化が重要になりますが、積のときと同じと考えて大丈夫。よって、以下のように（カッコ）をはずしてから計算します。

例：和と差の計算の仕方！［同符号は（+）、異符号は（−）］

① $3+(+4)=3+4$
$=7$

② $7-(+10)=7-10$
$=-3$

③ $1+(-8)=1-8$
$=-7$

④ $3-(-12)=3+12$
$=15$

前ページ下の計算のように“波線部分”の符号変化に注意し、(カッコ) をはずして計算してください。この符号の変化は **“かけ算における符号変化と同じ！”** と考えて良いので、ポイントは「①④の**同符号はプラス（+）**、②③の**異符号はマイナス（−）**」となります！　「大丈夫ですか！？」

「(カッコ) の“はずし方”としては、
・**同符号**では、すべて**プラス(+)**／$+(+○)=(+○)$、$-(-○)=(+○)$
・**異符号**では、すべて**マイナス(−)**／$+(-□)=(-□)$、$+(-□)=(-□)$
上記の 2 パターンで解決です。」

さて、数学の計算において、“ひき算”が慣れるまで少しツライんです。

一例として「$7+(-9)=7-9=-2$」と、計算の形は“たし算”ですが、実際は“ひき算”でしょ！？

そこで、実質たし算に関しては自然数と同じゆえ、ここではひき算に関して少しだけ、**[(小さい数)−(大きい数)]** の説明をしておきますね！

先ほどの「$7+(-9)=$」の計算を使っていねいに方法をお見せします。

$7+(-9)$

$=7-9$

$=-(9-7)$

$=-(+2)$

$=-2$（答）

7 から 9 は引けない。理由は数が足りないから。
そこで、9 から 7 を引けば、足りない数がわかる。
そして、足りない数だからマイナス (−) の数と
表せば ok ！だから、下のように

(小さい数)−(大きい数)＝−{(大きい数)−(小さい数)}
の方法で計算すれば良いわけだね！

$-(+2)$ は、異符号同士だから (-2) になる。

「いかがですか？」

でも、慣れてくればここまでていねいに計算しなくても大丈夫！

ふつうは、以下のような計算を示せば問題ありません。

$(+7)+(-9)=7-9$
$=-2$

(カッコ) をはずし、あとは頭の中で
(大きい数)−(小さい数) を計算し、
その値にマイナス (−) をつけて答えだね！

以上で、「和と差の計算方法」の説明は終わりです。

そこで、一応、中学での最初の指導方法を、補足説明として入れておきますね！

整数のひき算の最初の授業での説明で、教科書では必ずやらせる計算方法があるんです（私は否定的ですが）。それは、“ひき算” をすべて “たし算” に直してから計算させるんです。「記憶にないですか…？」

一例として、

$$(+4)-(+7)=(+4)+(-7)$$
$$=-(7-4)$$
$$=-3$$

基本的な考え方として、
「“ひき算” は “負の数” の “たし算”」
である。
でも、二行目からは先ほどの考え方と同じでしょ！？

もうひとつお見せしますね！

$$(+3)-(+4)-(+5)-(+6)=(+3)+(-4)+(-5)+(-6)$$
$$=-(4+5+6-3)$$
$$=-12$$

でも、皆さんは気にせず、下の計算方法

（小さい数）−（大きい数）＝ −{（大きい数）−（小さい数）}

この頭のマイナス（−）がポイントだね！

で構いませんのでご安心ください。

では、理解度の確認として、教科書レベルの問題をやっておきましょう！

演習 36　つぎの計算をしてみましょう。
（カッコ）をはずした式を書いてから、計算してね！

(1) $(-3)+(+5)$　　(2) $(+9)+(-10)$
(3) $(-8)-(-15)$　　(4) $(+7)+(-12)$

演習 37　つぎの計算をしてみましょう。（カッコ）のある計算は、（ ）をはずした式を書いてから、計算してね！

(1) $2-7$ （沖縄）　　(2) $6-8$ （高知）
(3) $-10+8$ （和歌山）　　(4) $7-(-11)$ （佐賀）
(5) $3+(-2)-5$ （石川）
(6) $4-(2-5)$ （山形）
(7) $11-(-3)+(-9)$ （愛知 B）

演習 38　つぎの計算をしてみましょう。必ず途中式を 1 行以上は書いてね！

(1) $(-9)+(-2)\times 4$ （静岡）
(2) $4+10\div(-2)$ （岐阜）
(3) $\{2-(-3)\}\times 4$ （沖縄）
(4) $7-3\times(-2)$ （島根）
(5) $7-5\times 3-8\div(-4)$ （大阪府後期 B）

演習 39　つぎの計算をしてみましょう。必ず途中式を 1 行以上は書いてね！

(1) $5-(-3)^2$ （新潟）
(2) -4^2+6^2 （山梨）
(3) $3^2+(-3^2)+(-3)^2$ （鳥取）
(4) $(-4)^2+9\div(-3^2)$ （京都）
(5) $-2^2+(-3)^2\times 4$ （青森）

Ⅱ：分数・小数の四則計算

符号の変化は整数計算と同じです。よって、あとは今まで復習した “分数・小数計算” をしてもらえれば大丈夫！　ガンバ！！

とは言っても、1 題ぐらいはお見せしておきますね！

勉強がしたくなる方法

勉強をしようとすると、なかなか勉強にはいれなくて、机の上を掃除したり携帯みたりと、勉強とは違うことをついついやってしまいませんか？これは逃避行動といって、人は嫌な事を避けてしまう行動をとってしまいます。逆に楽しい事好きな事には、すぐにとりかかることができて何時間でも没頭できますよね。
これは脳に快感が起こっているからです。勉強もこんなふうにできたら最高ですよね。勉強している時間を快感に変えることができれば、あなたは、勉強したくなってしまうのです。とても簡単な方法です。しかし、実感できるまでは、毎日しばらく実行してくださいね。そんな魔法みたいな方法？

「15 分勉強➡ 10 分休憩➡ 15 分勉強➡ 10 分休憩……」これをくりかえすだけ。人が真に集中できる時間は短時間ですから、ちょうどよい時間です。しかし、15 分の勉強では、ほとんど切りが悪い箇所で時間になってしまいそうですが、15 分たったら、半端で終わっている事が気になりながらも絶対に休憩にはいります。「あと 2 行だったのに。」とか「せっかくひらめいたのに忘れちゃう。」とか思いますよね。そこがいいのです。繰り返すうちに、休憩時間は不快になっていきます。また、ツァイガルニク効果といって、途中で終わる方が人は続きが気になるし、中断した内容の方が記憶に残りやすいのです。連続ドラマの終わりは中途半端で終わるほうが、次の回を早くみたいと思うことも、その効果なんです。

そして、10 分の休憩は、体もだらんとしてぼっーとしているだけ。甘いもの一口食べるとか飲み物を飲むくらいはよいですが、スマホをさわるとかゲームはしません。はたから見ると、この休憩はさぼっているように見えそうですが、実はこのようなボッーとしている時に、脳ではデフォルト・モード・ネットワーク（DMN）が盛んに活動します。脳が休憩中に別の活動を行っているのです。勉強している時と同じかそれ以上の活動です。DMN はアイディアの選択や、関連情報を探す働きをして、創造力に重要な働きをします。そう……休憩前にしていた勉強へのひらめきを促します。その後、15 分の勉強に戻ると、脳は「さっきの続きがやっとできる！」と思ってくれます。だんだん快感が起こるわけです。
これを繰り返していくと、勉強するという行動に快感がおこり、勉強したい脳をつくることができます。人の習慣化されている行動は、生まれつきではなく自分の経験からつくられたものですから、新しい行動だって自分でプログラミングしなおせます。心という内臓があるわけではなく、感情も認知（物事の捉え方）も行動も、あなたの脳があなたにそうするようにしているのですから……

講　座　8

2 次 方 程 式

p.172　https://youtu.be/Vg5iX-pDSHQ
p.174　https://youtu.be/ZkS8kaqLmF4
p.180　https://youtu.be/g7YvgrB-y90
p.187　https://youtu.be/J9SZiHDI6fM

- **2次方程式を解く**

2次方程式を解く問題は、高認試験では純粋に「**2次方程式を解く**」と「**2次関数でグラフの x 軸との交点を求める**」との2カ所で必ず出題されています。[**2次方程式**とは、文字（未知数）の項が2次の方程式を言う。]

そこで2次方程式の解法としては、

> **①：平方根の利用**
>
> **②：2次方程式の解の公式の利用**
>
> **③：平方完成の利用（①と本質は同じ！）**
>
> **④：因数分解の利用**

の**4通り**があります。

ゼロから数学を勉強されている方には、ここが一番キツイと思います。でも、ここを乗り越えられれば、その後がとても楽になりますので時間をかけて構いませんので、確実に習得してください。

また念のために、学校では、「① ⇒ ④ ⇒ ② (⇒③)」の順に話をするはずです。③に関しては、②の公式を導くのに必要な作業であり、さらに**高認試験の2次関数**のところでは必須です。

とにかく、ここでは①から順に④まで説明していきます。

まずは、①のお話から。

Ⅰ：解法① 平方根の利用

この解法は、講座5の平方根の復習になります。

「**ある数 x を2乗して8になる数はなんですか？**または、**8の平方根はなんですか**」を言い換えると、「**2次方程式“$x^2=8$”を解きなさい**」となり、これが2次方程式の解法の基本中の基本となります。

では、2次方程式の解法の基本中の基本の形をいくつかお見せします。

例題　つぎの2次方程式の解法の流れを一緒に確認してみましょう。

(1) $x^2=8$　　(2) $\dfrac{5}{2}x^2+6=8$　　(3) $(x-7)^2+9=27$

[解説・解答]

(1)
$$
\begin{aligned}
x^2 &= 8 \\
x &= \pm\sqrt{8} \\
&= \pm\sqrt{4\times 2} \\
&= \pm\sqrt{2^2\times 2} \\
&= \pm 2\sqrt{2} \quad \text{(答)}
\end{aligned}
$$

8の平方根だから、まずは $\pm\sqrt{\ }$ を8に付ける。

2乗（平方）の数とのかけ算になるかを確認し、あれば外に出す！

(2)
$$
\begin{aligned}
\frac{5}{2}x^2+6 &= 8 \\
\frac{5}{2}x^2 &= 8-6 \\
\frac{5}{2}x^2 &= 2 \\
x^2 &= 2\times\frac{2}{5} \\
&= \frac{4}{5} \\
x &= \pm\sqrt{\frac{4}{5}} \\
&= \pm\sqrt{\frac{2^2}{5}} \\
&= \pm\frac{2}{\sqrt{5}} \\
&= \pm\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} \\
&= \pm\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{(答)}
\end{aligned}
$$

方針：$x^2=A$ の形をつくる！

（左辺）の定数項6を移項する。

x^2 の**係数を1にする**ため、両辺に**係数の逆数**をかける。

平方根を求めるので、$\pm\sqrt{\ }$ を付ける。

$\sqrt{\ }$ の中で、分母・分子に**2乗の数**があれば、**外に出す！**

基本、**分母の有理化**だね！

(3)
$$
\begin{aligned}
(x-7)^2+9&=27\\
(x-7)^2&=27-9\\
&=18\\
x-7&=\pm\sqrt{18}\\
&=\pm\sqrt{9\times 2}\\
&=\pm\sqrt{3^2\times 2}\\
&=\pm 3\sqrt{2}\\
x&=7\pm 3\sqrt{2}\ \text{（答）}
\end{aligned}
$$

定数項 9 を（右辺）へ**移項**する。

平方根を求めるので、$\pm\sqrt{\ }$ を付ける。

2 乗（平方）の数とのかけ算になるかを確認し、あれば外に出す！

（左辺）の定数項 -7 を**移項**する。

この解法①は、1 次方程式と平方根の復習のようなものでしょ！？
では、理解度を確認してください！

演習 99　つぎの 2 次方程式を解いてみましょう。

(1) $\frac{2}{3}x^2=18$　　(2) $x^2-7=0$ （北海道）

(3) $(x-3)^2=36$ （山口）　　(4) $(x+1)^2-28=0$ （神奈川・多摩）

(5) $(2x+1)^2-3=0$ （神奈川・湘南）　　(6) $4(x-1)^2-7=0$ （神奈川・多摩）

Ⅱ：解法② 2 次方程式の解の公式の利用

＊ 2 次方程式（$ax^2+bx+c=0$）の解の公式

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

まずは上記の公式を覚えてください。
とにかく、今はお経のように

この項目の解答の最後に上記の公式を導いておきます。皆さんも導けるように挑戦してみてください！

「エックス　イコール　ニーエー（ぶんの）
↑ 分母の部分
マイナスビー　プラスマイナス　ルートビーニ（ジ）ジョウ　マイナス　ヨンエーシー」
↑ 分子の部分

と、九九と同じぐらいに言えるよう、ひたすら暗唱（あんしょう）してください。

例題　2 次方程式を「解の公式」を使って解いてみますね！

$$2x^2-3x-4=0$$

[解説・解答]

2 次方程式から a、b、c に当たる数を読み取り、公式に代入するだけ！以前に学習した**「式の値」**の感覚ですね！

そこで、先に、多くの方がしてしまう**誤答**からお見せします。

最初に代入する準備として、必ず以下のように 2 次方程式の a、b、c の各値を読み取ること。

$$2\text{ 次方程式：}\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}\Leftrightarrow\boldsymbol{2x^2-3x-4=0}$$

$$\boldsymbol{a=2,\quad b=-3,\quad c=-4}\quad\cdots(*)$$

では、公式に（＊）を代入します。

誤答 1

$$
\begin{aligned}
x&=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\\
&=\frac{-3\pm\sqrt{-3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}\\
&=\frac{-3\pm\sqrt{-9+32}}{4}\\
&=\frac{-3\pm\sqrt{23}}{4}
\end{aligned}
$$

分子の最初、$-b$ への代入で、$-(-3)$ とすべきところ、$b=-3$ のマイナスを、公式先頭のマイナス(−)と勘違いし、**3 だけ代入**のミス！
次にルートの中、b^2 に（　）を付けて $(-3)^2$ とすべきところ、-3^2 と代入しミス！

誤答 2

$$
\begin{aligned}
x&=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\\
&=\frac{-(-3)\pm\sqrt{-3^2-4\times2-4}}{2+2}\\
&=\frac{3\pm\sqrt{-9-12}}{4}\\
&=\frac{3\pm\sqrt{-21}}{4}
\end{aligned}
$$

ルートの中 b^2 への代入ミスは上と同じ！
つぎにルートの中の後半部分で、
$-4\times2\times(-4)=32$
であるところ、
$-4\times2-4=-8-4$
$=-12$
とし、ミス！
最後に、分母 a への代入も**たし算で代入**しミス！

では**正しい解答**をお見せしますので、しっかり真似をしてくださいね！

（正しい解答）　$a=2$、$b=-3$、$c=-4$ と解の公式より、

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2} \\
&= \frac{3 \pm \sqrt{9+32}}{4} \\
&= \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4} \quad \text{（答）}
\end{aligned}
$$

「2 次方程式の解の公式」を暗記し、正しく代入し、ルートの中の 2 乗の数を出す約束を守り正しく計算さえ出来れば、2 次方程式の解は必ず求めることが出来ます。

では、これは頻出なので過去問を使って練習あるのみですね！

演習 100　つぎの 2 次方程式を解の公式から解いてみましょう。

(1) $x^2-3x+1=0$	（茨城）	(2) $5x^2-9x+3=0$	（埼玉）
(3) $2x^2-7x+4=0$	（千葉）	(4) $4x^2-5x-1=0$	（平成 22 年：2）
(5) $2x^2-x-7=0$	（平成 23 年：1）	(6) $x^2-7x+5=0$	（平成 23 年：2）
(7) $3x^2-5x-4=0$	（平成 24 年：1）	(8) $x^2+5x+2=0$	（平成 24 年：2）
(9) $x^2-5x+1=0$	（平成 25 年：1）	(10) $3x^2-7x+3=0$	（平成 25 年：2）

さて、つぎの解法である**平方完成の利用**は、この高認試験対策の学習で最初の関門かもしれません。さらに言えば、この解法は 2 次方程式だけではなく、実は、2 次関数でも絶対にぜったいに避けられない式変形なんですね。だから、ここで式変形の流れをしっかりと理解し、完璧に出来るようにしてください。

Ⅲ：解法③ 平方完成（へいほうかんせい）の利用

今は意味がわからないのを承知の上で、まずは**平方完成の形**だけお見せします。

＊ 2 次方程式（$ax^2+bx+c=0$）を**平方完成**して出来る最初の形

$$\boxed{ax^2+bx}+c=0 \Rightarrow \boxed{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}=0$$

左側の枠内 (x の 1 次の項まで) を右側の枠内のように**(x の 1 次式)^2** の形に変形することを**「平方完成」**と呼びます。今後、数学の学習上、普通に出てくる言葉ですから、数学が必要な方は覚えておいてください。

でも、やはり上記の文字式だけではイメージ出来ないゆえ、言葉で端的に説明すれば、

平方完成とは、

「2 次式を“1 次式の 2 乗 (平方) の形”で表すこと！」

と、表現すればイメージしやすいでしょうか？　やはりムズイですね！汗

さて、この平方完成をするためには、この前にひとつ学習項目が抜けているんです。だから、まずはその抜けている項目から始めていきますね！

平方完成を理解してスムーズに出来るようになる為には、3 つある**“乗法の展開公式”**の内の一つを知らないといけません。それが以下の公式です。

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad \cdots \ (*)$$

左辺のカッコを（はずす）展開した右辺の結果が重要になります。

そこで、($*$) の左辺を展開すると、右辺になることを示しておきますよ！

$$
\begin{aligned}
(a+b)^2 &= (a+b)\times(a+b) \quad \leftarrow \text{分配法則だね！} \\
&= a\times a + a\times b + b\times a + b\times b \\
&= a^2 + ab + ba + b^2 \quad \leftarrow ab=ba \text{ より、} ab+ba=2ab \\
&= a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{（完成！）}
\end{aligned}
$$

このように分配からカッコをはずし、累乗計算および同類項の計算をすれ